Transformations thermodynamique et leurs représentations

Richard Saurel

Utilité des transformations

L'état thermodynamique d'un fluide est déterminé par 4 variables: P, V, T, n.

La loi d'état relie ces 4 variables → 3 suffisent alors.

Si le système est fermé, n=cste → 2 variables suffisent.

En effet, si l'état de départ est donné: P1, V1, T1, on détermine n par la loi d'état

$$n_1 = \frac{P_1 V_1}{\hat{R} T_1}$$

Puis en tout point de l'évolution on a: $PV = \frac{P_1 V_1}{T_1} T$

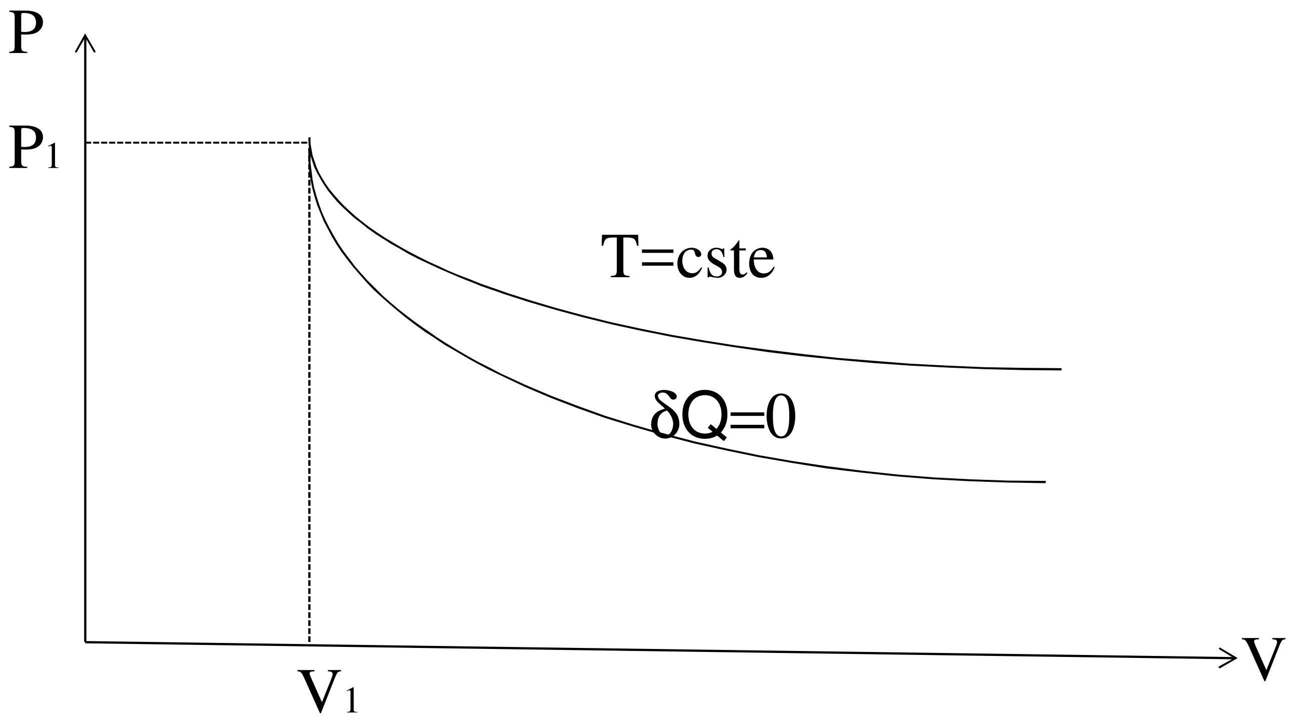
Si la transformation s'effectue à P constante, ou à V constant ou à T constant on a, dans ce dernier cas: f(P,V)=0

C'est-à-dire P=P(V), équation de la transformation.

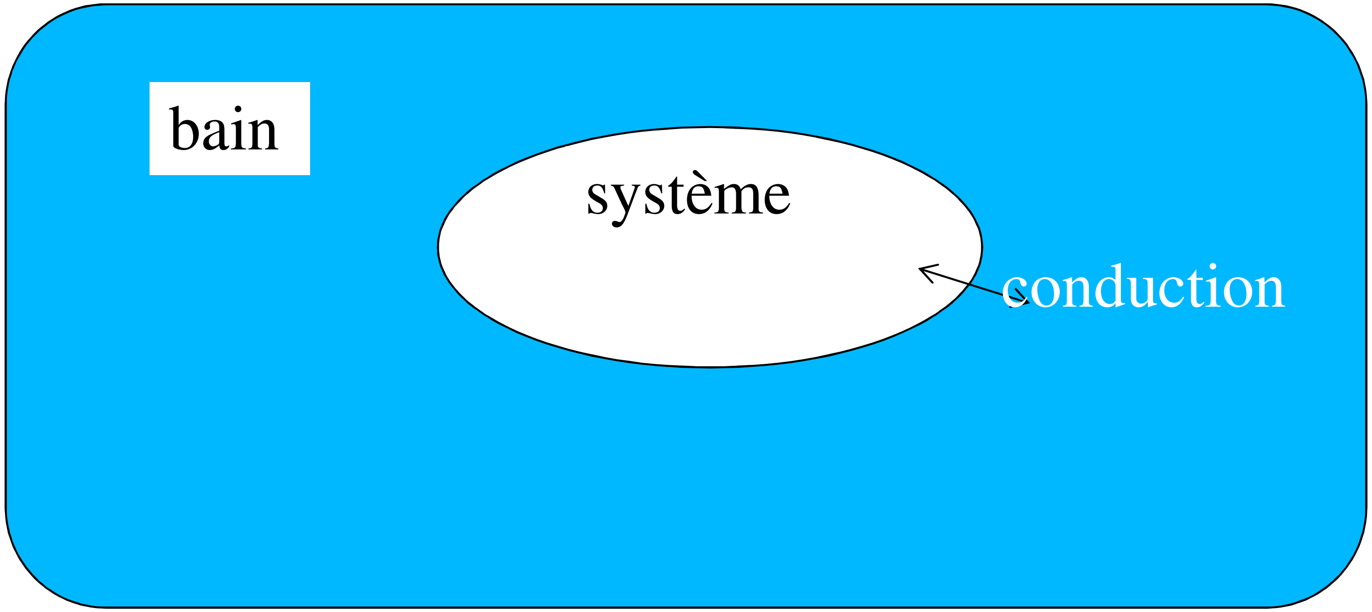
Utilité (suite)

Dès que l'équation P=P(V) de la transformation est connue, une seule variable suffit à caractériser l'état.

La forme de cette courbe (son équation) dépend de la façon dont le gaz s'est transformé. Ceci dépend de paramètres extérieurs, tels que la nature des parois:
par exemple, transformation adiabatique ou isotherme.



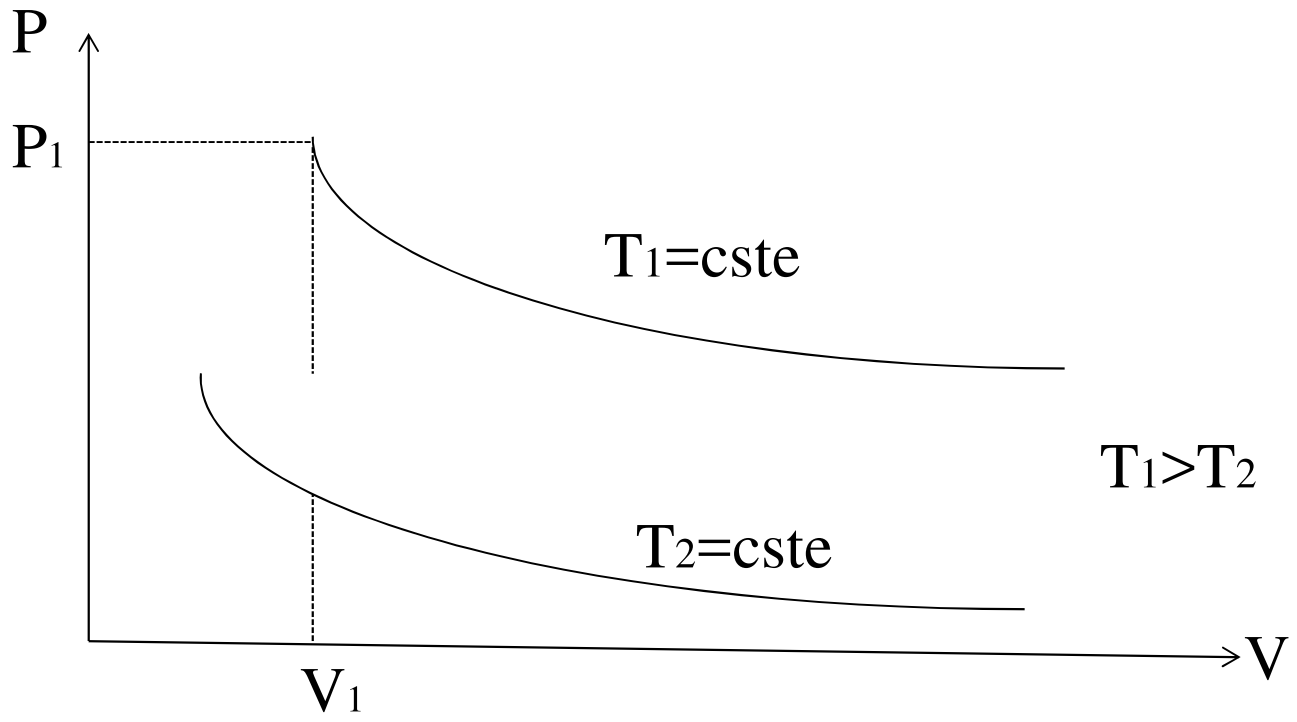
Transformation isotherme



Le récipient contenant le système doit être parfaitement conducteur. La transformation doit être très lente pour laisser le temps à la conduction d'homogénéiser la température. Le bain liquide doit être infiniment grand pour rester à T=cste. Transformation assez difficile à réaliser en pratique.

Isothermes

$PV = n\hat{R}T = cste$ $\qquad P = \frac{cste}{V}$ hyperbole



Travail et quantité de chaleur échangés le long d'une isotherme

$$dE = \delta Q + \delta W$$

Comme dT=0 $\quad dE = 0 \quad$ et donc $\quad \delta Q = -\delta W$

$$W_{12} = -\int_1^2 P dV = -n\hat{R}T\int_1^2 \frac{dV}{V} = -n\hat{R}T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -Q_{12}$$

Lors de la détente d'un gaz dans un moteur à piston, $V_2 > V_1$ donc $W_{12} < 0$

Cette transformation fournit donc un travail à l'extérieur, perdu pour le gaz.

Comme ce travail n'est pas puisé sur l'énergie interne, le gaz doit absorber de la chaleur à l'extérieur ($Q_{12} > 0$).

Transformation adiabatique

- Equation de la transformation

$$dE = \delta Q + \delta W$$

$$n\hat{C}v\,dT = -P\,dV$$

$$n\hat{C}v\,dT = -\frac{n\hat{R}T}{V}\,dV$$

$$\frac{\hat{C}v}{\hat{R}}\frac{dT}{T} = -\frac{dV}{V}$$

$$\frac{1}{\gamma-1}\frac{dT}{T} = -\frac{dV}{V}$$

$$\frac{dT}{T} = -(\gamma-1)\frac{dV}{V}$$

$$Ln(T) = -LnV^{\gamma-1} + C$$

$$\boxed{TV^{\gamma-1} = K}$$

$$\frac{PV}{n\hat{R}}V^{\gamma-1} = K$$

$$\boxed{PV^{\gamma} = Q}$$

$$P = \frac{cste}{V^{\gamma}}$$

Hyperbole plus raide que l'isotherme puisque $\gamma > 1$

Travail échangé

$$W_{12} = -\int_1^2 P dV = -\int_1^2 \frac{C}{V^\gamma} dV = -P_1 V_1^\gamma \int_1^2 \frac{dV}{V^\gamma} = \frac{P_1 V_1^\gamma}{\gamma - 1}\left[\frac{1}{V^{\gamma-1}}\right]_1^2$$

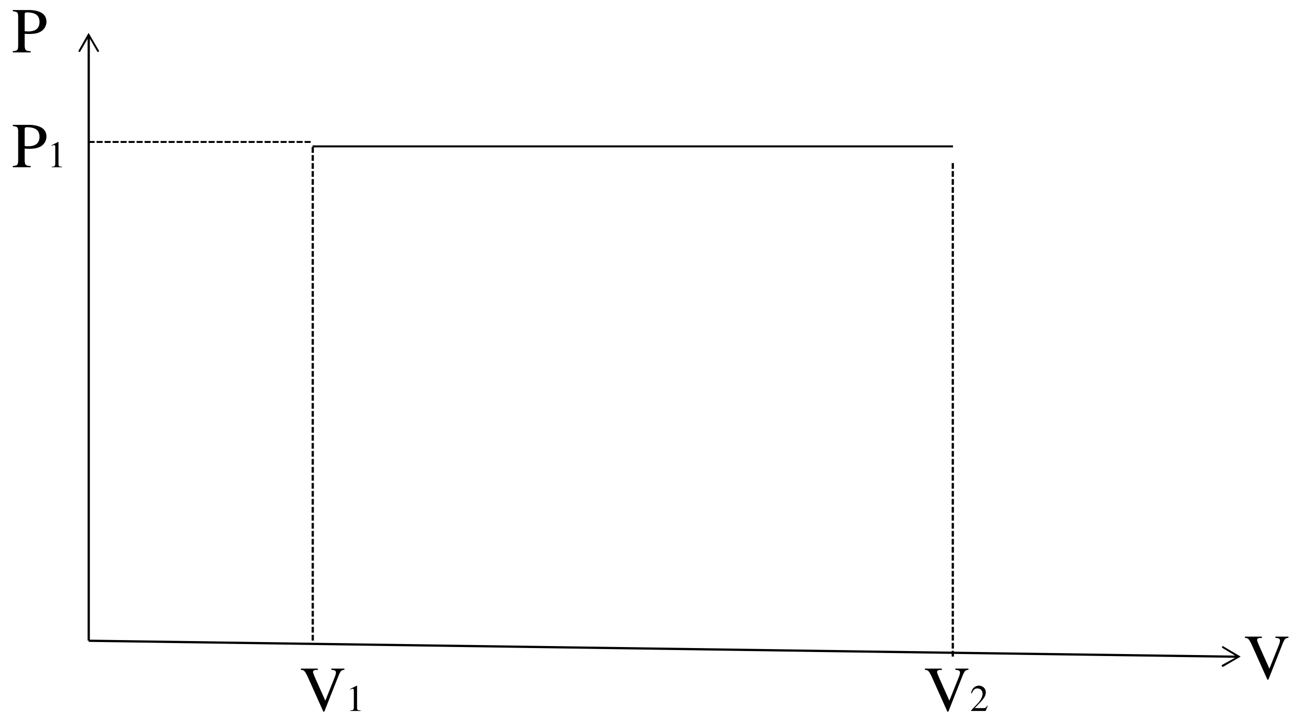
$$W_{12} = \frac{P_1 V_1^\gamma}{\gamma - 1}\left[\frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}}\right]$$

Autre méthode $W_{12} = E_2 - E_1 = n\hat{C}v(T_2 - T_1)$

Exercice: Montrer que les deux résultats sont identiques.

Transformation à pression constante

- dP=0 P=cste



$$W_{12} = -\int_1^2 P dV = -P(V_2 - V_1) = -n\hat{R}(T_2 - T_1)$$

$$E_2 - E_1 = n\hat{C}v(T_2 - T_1)$$

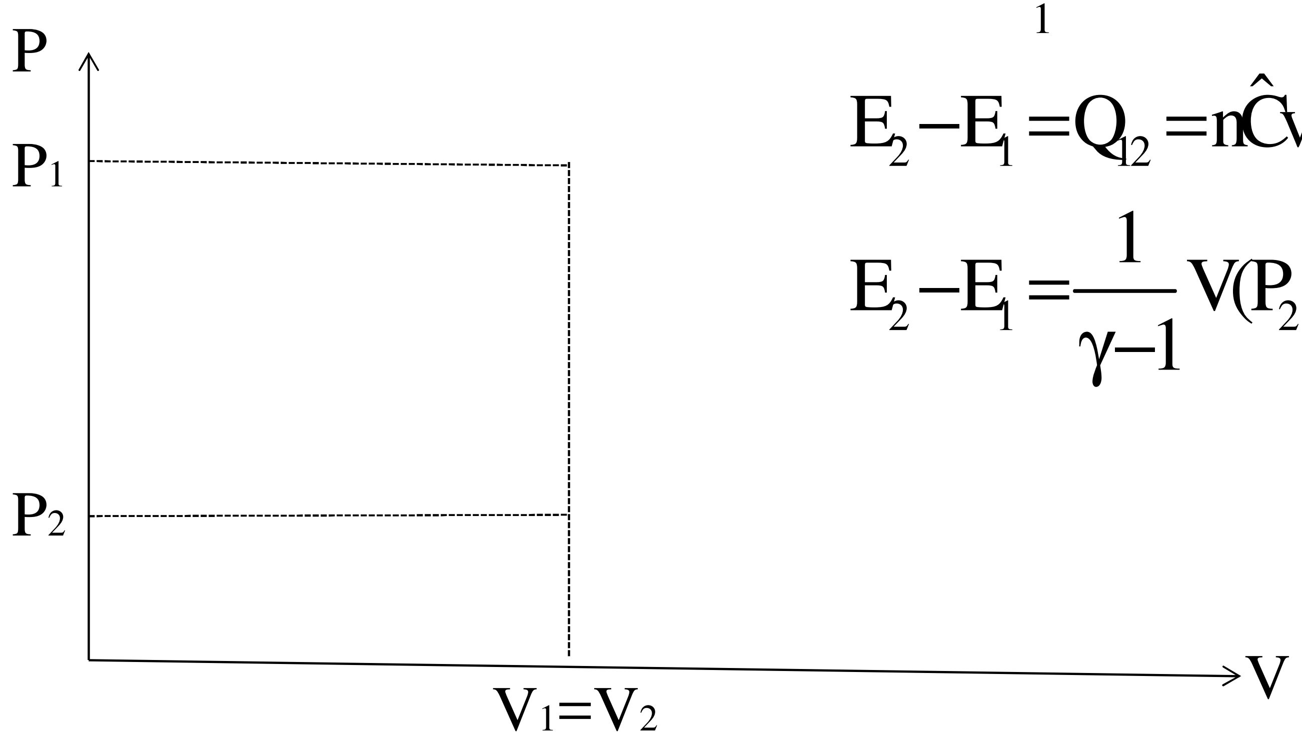
$$Q_{12} = E_2 - E_1 - W_{12} = n\hat{C}v(T_2 - T_1) + n\hat{R}(T_2 - T_1) = n\hat{C}p(T_2 - T_1)$$

$$= H_2 - H_1$$

Transformation à volume constant

- V=cste dV=0

$$W_{12} = -\int_1^2 P\,dV = 0$$



$$E_2 - E_1 = Q_{12} = n\hat{C}v(T_2 - T_1)$$

$$E_2 - E_1 = \frac{1}{\gamma - 1} V(P_2 - P_1)$$

Cycles thermodynamiques

Les cycles thermo sont souvent composés des transformations élémentaires que nous venons d'étudier.

Utilité des cycles:

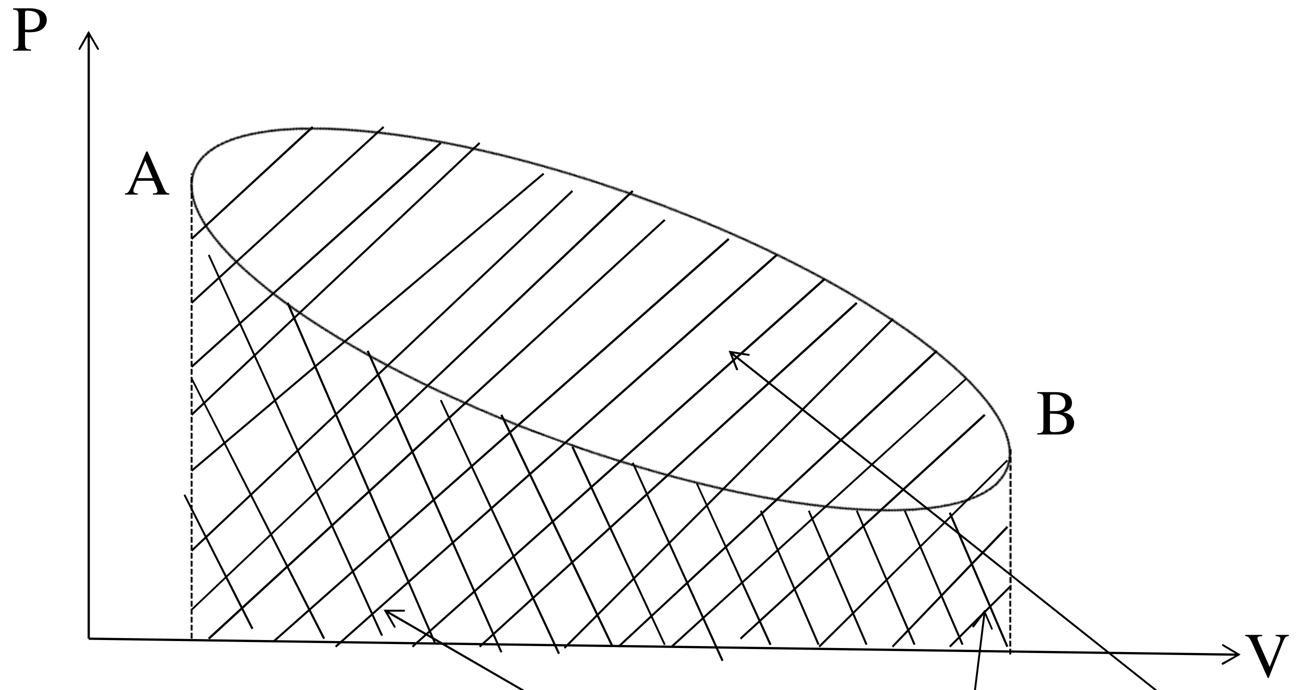
$$W_{12} = -\int^{2} PdV$$

→ Production de travail ou de chaleur.

Si on veut produire beaucoup de travail il faudrait V2 >> V1 → machine énorme.

Travailler avec des cycles permet de récupérer un peu de travail à chaque révolution.

Travail issu d'un cycle



$$W_{cycle} = -\oint PdV = -\int_{A}^{B} PdV - \int_{B}^{A} PdV = -\text{aire du cycle}$$

Remarques

$$\Delta E = \oint dE = E_{fin} - E_{début} = 0$$

Aucune variation d'énergie interne sur un cycle complet.

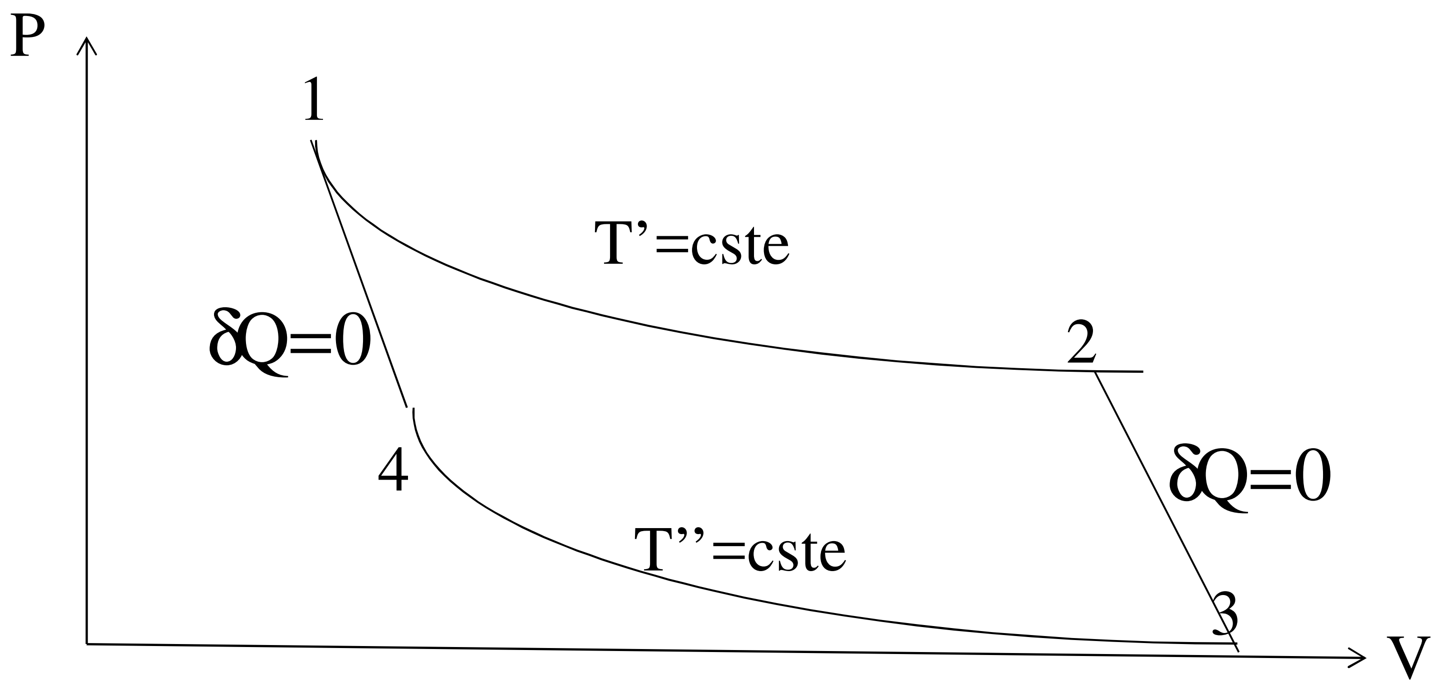
Donc,

$$\Delta W_{cycle} = -\Delta Q_{cycle}$$

Pour que la machine fournisse un travail $\Delta W_{cycle} < 0$
elle doit recevoir de la chaleur $\Delta Q_{cycle} > 0$
→ moteur
La chaleur est fournie par la combustion du carburant.

Inversement, on peut fournir du travail $\Delta W_{cycle} > 0$ et
récupérer de la chaleur $\Delta Q_{cycle} < 0$ → cycle frigo

Cycle de Carnot



1-2 isotherme
2-3 adiabatique
3-4 isotherme
4-1 adiabatique

Travail et échange de chaleur

$$W_{12} = -\int_1^2 P dV = -\int_1^2 \frac{n\hat{R}T'}{V} dV = -n\hat{R}T' Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) < 0$$ Travail cédé à l'utilisateur.

$$Q_{12} = -W_{12} = n\hat{R}T' Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) > 0$$ Apport de chaleur par combustion (ou chaleur extraite si cycle frigo),

$$W_{34} = -\int_3^4 P dV = -n\hat{R}T'' Ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) > 0$$ Travail de compression à fournir à la machine.

$$Q_{34} = -W_{34} = n\hat{R}T'' Ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) < 0$$ Chaleur perdue par la machine = refroidissement du moteur (ou chauffage du bâtiment si pompe à chaleur ou refroidissement si frigo)

Travail et échange de chaleur

$$Q_{23} = 0$$

$$W_{23} = E_3 - E_2 = n\hat{C}v(T_3 - T_2) = n\hat{C}v(T'' - T') < 0$$

Travail perdu par la machine

$$Q_{41} = 0$$

$$W_{41} = E_1 - E_4 = n\hat{C}v(T_1 - T_4) = n\hat{C}v(T' - T'') > 0$$

Travail de compression à fournir à la machine.

Bilan du cycle

$$W_{cycle} = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41}$$

$$= -n\hat{R}T'Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + n\hat{C}v(T'' - T') - n\hat{R}T''Ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) + n\hat{C}v(T' - T'')$$

$$= -n\hat{R}\left\{T'Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + T''Ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)\right\}$$

Rendement

$$\eta = \frac{-W_{cycle}}{Q_{fournie}}$$

Celle qui est positive, qui doit être fournie par l'utilisateur !

$$Q_{fournie} = Q_{12} = n\hat{R}T^{'}Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Chaleur fournie par la combustion,

$$\eta = \frac{T^{'}Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + T^{''}Ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}{T^{'}Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}$$

Mais les 4 volumes sont liés …

$$P_2V_2^{\gamma}=P_3V_3^{\gamma}$$

$$\frac{n\hat{R}T'}{V_2}V_2^{\gamma}=\frac{n\hat{R}T''}{V_3}V_3^{\gamma}$$

$$T'V_2^{\gamma-1}=T''V_3^{\gamma-1}$$

$$V_3=V_2\left(\frac{T'}{T''}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$P_4V_4^{\gamma}=P_1V_1^{\gamma}$$

$$\downarrow$$

$$V_4=V_1\left(\frac{T'}{T''}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Rendement

$$\eta = \frac{T' Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + T'' Ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}{T' Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}$$

$$\eta = \frac{T' Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + T'' Ln\left(\frac{V_1\left(\frac{T'}{T''}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{V_2\left(\frac{T'}{T''}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}\right)}{T' Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}$$

$$\eta = \frac{T' Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + T'' Ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}{T' Ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}$$

$$\eta = \frac{T' - T''}{T'}$$

$$\eta = 1 - \frac{T''}{T'}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_{\text{source froide}}}{T_{\text{source chaude}}}}$$

D'autant plus élevé que Tchaud est grand.

Ex: Moteur à combustion

$$T_{\text{source chaude}} \approx 1500\text{K}$$

$$T_{\text{source froide}} \approx 300\text{K}$$

$$\eta = 1 - \frac{300}{1500} = 1 - 0.2 = 0.8 = 80\%$$

Rendement idéal !

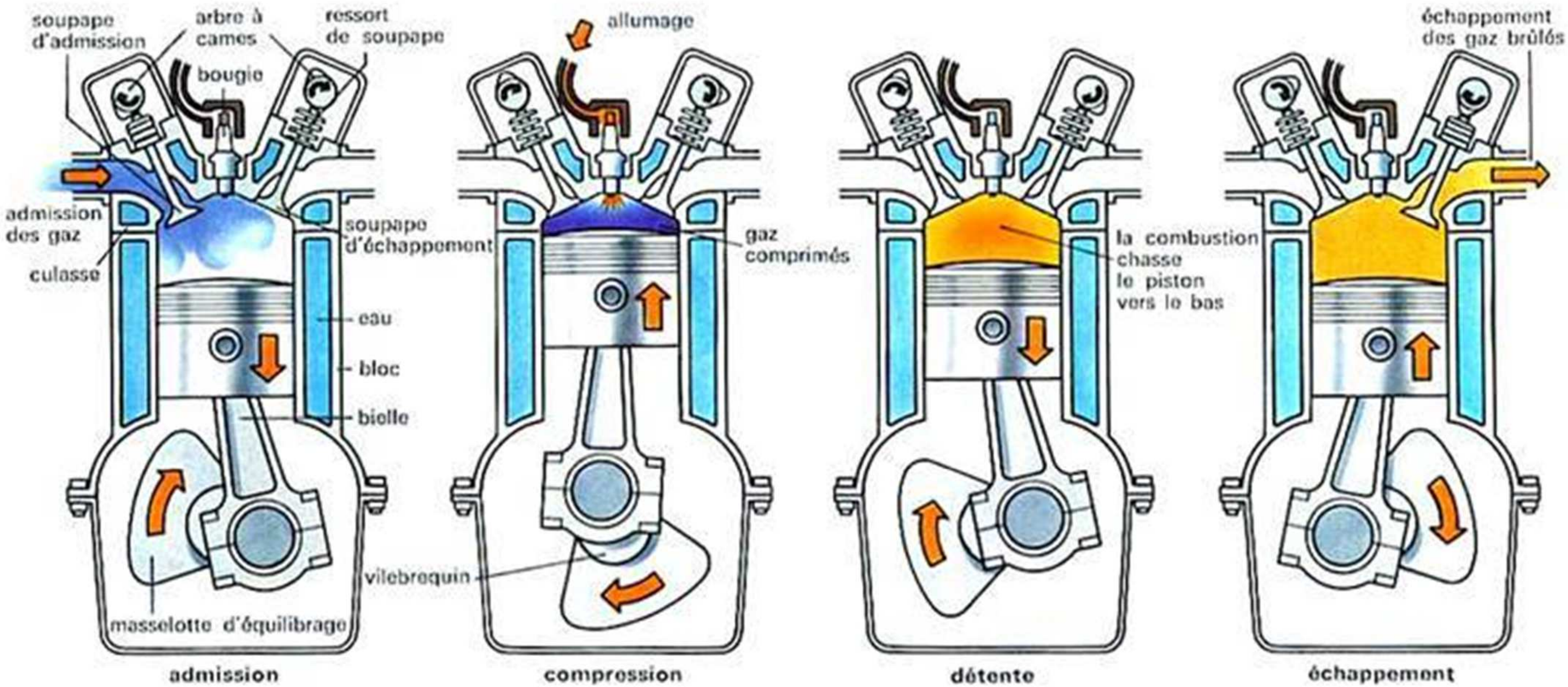
Cycle d'Otto (cofondateur de BMW)

Assez proche des moteurs à combustion à deux temps.

Un peu de technologie: 2T vs 4T

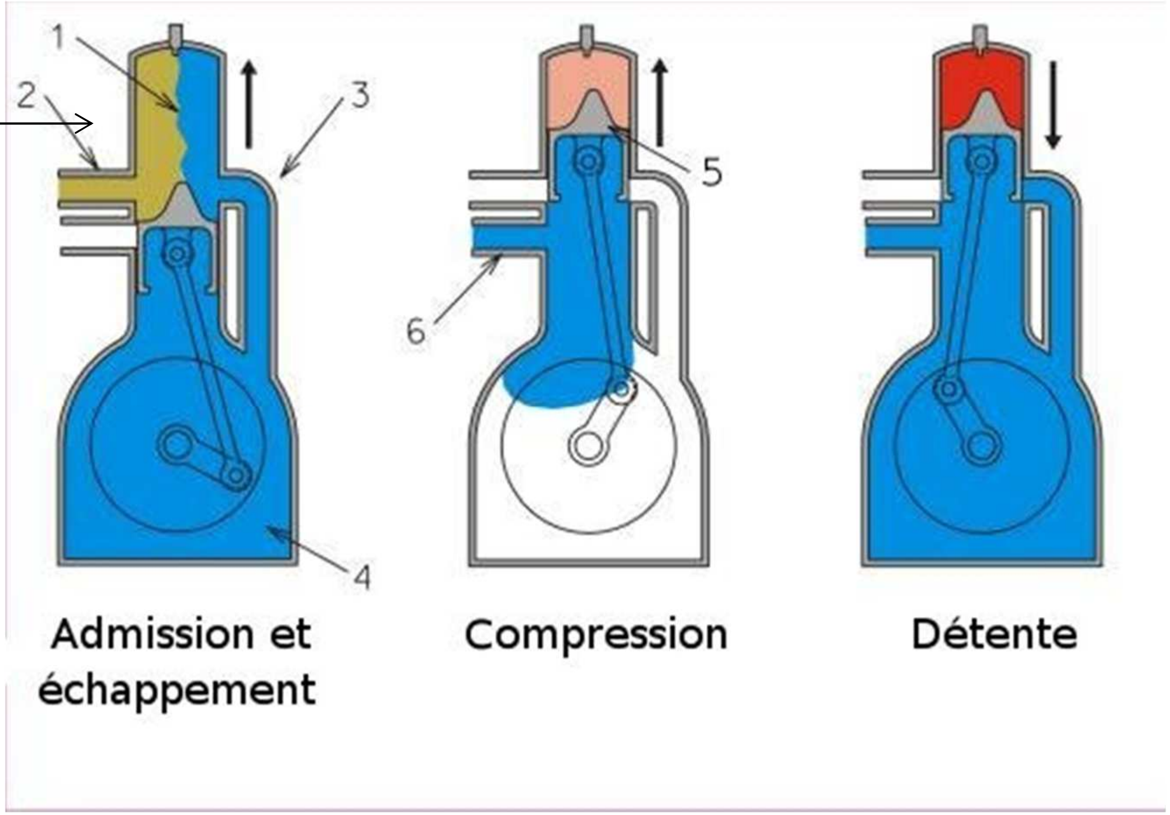
Deux temps (2T)	Quatre temps (4T)
léger = aucune soupape	lourd = soupapes, système de distribution
polluant → fumées	moins polluant
bruyant = aucun obstacle à l'échappement	moins bruyant
puissant / cylindrée	moins puissant à cylindrée égale
tronconneuses, tondeuses, hors bord	voitures, bateaux, petits avions

Principe du moteur 4T



1 tour sans combustion Combustion au 2eme tour.
Travail fourni seulement tous les deux tours.

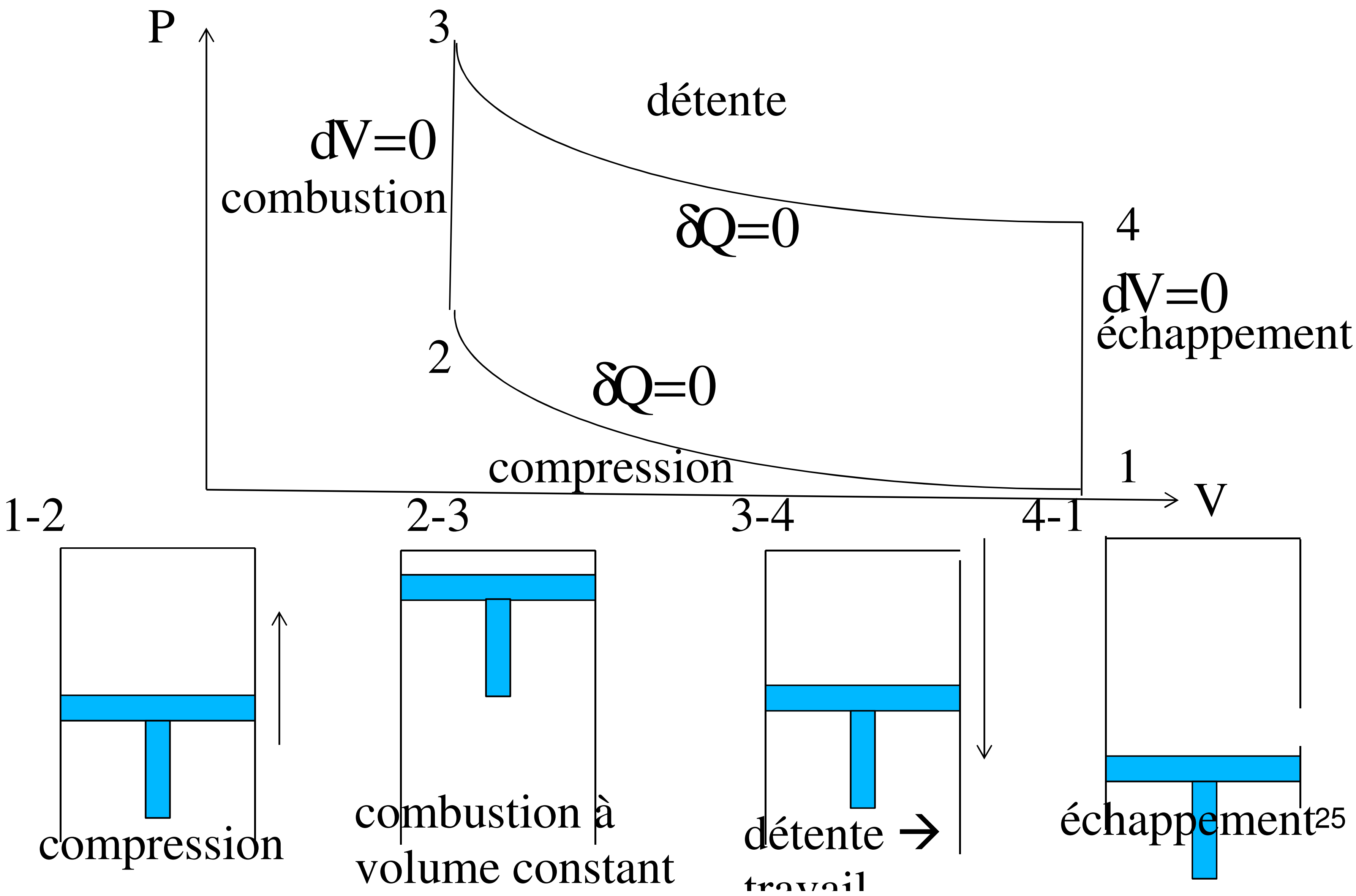
Principe du moteur 2T



Combustion à chaque tour → plus de travail, plus de puissance pour une même cylindrée.

Mauvaise séparation des gaz frais et gaz brûlés → forte consommation, pollution, gaz imbrulés à l'échappement.

Cycle d'Otto


P
3
détente
dV=0
combustion
δQ=0
4
dV=0
échappement
2
δQ=0
compression
1
V
1-2
2-3
3-4
4-1
compression
combustion à
volume constant
détente →
travail
échappement

Travail et chaleur échangés

$$Q_{12} = 0$$

$$W_{12} = E_2 - E_1 = n\hat{C}v(T_2 - T_1) > 0$$ Travail de compression fourni au moteur (perdu pour l'utilisateur)

$$Q_{23} = E_3 - E_2 = n\hat{C}v(T_3 - T_2) > 0$$ Chaleur fournie au moteur.

$$W_{23} = 0$$

$$Q_{34} = 0$$

$$W_{34} = E_4 - E_3 = n\hat{C}v(T_4 - T_3) < 0$$ Travail cédé à l'utilisateur.

$$Q_{41} = E_1 - E_4 = n\hat{C}v(T_1 - T_4) < 0$$ Chaleur perdue à l'échappement.

$$W_{41} = 0$$

Bilan sur le cycle

$$W_{cycle} = n\hat{C}v(T_2 - T_1 + T_4 - T_3)$$

$$Q_{fournie} = Q_{23} = n\hat{C}v(T_3 - T_2)$$

$$\eta = \frac{-W_{cycle}}{Q_{23}} = -\frac{T_2 - T_1 + T_4 - T_3}{T_3 - T_2}$$

Mais ces 4 températures sont liées …

Rendement

$$T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1} \longrightarrow T_1=T_2\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$T_3V_3^{\gamma-1}=T_4V_4^{\gamma-1} \longrightarrow T_4=T_3\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$\eta=\frac{T_1-T_2+T_3-T_4}{T_3-T_2}=\frac{T_2\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}-T_2+T_3-T_3\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}}{T_3-T_2}=\frac{T_2\left[\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}-1\right]+T_3\left[1-\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}\right]}{T_3-T_2}$$

$$\boxed{\eta=1-\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}}$$

D'autant plus élevé que le rapport de $r=V_1/V_2$ compression est grand.

Exemple

$r = 10$ (moteur essence actuel)

$\gamma = 1.4$ (air)

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{0.4} = 0.60$$

Cette valeur est assez optimiste car:

- Les frottements ont été négligés.
- Les échanges de chaleur ont été idéalisés ($\delta Q = 0$ durant les détentes et compressions),
- L'entrée et la sortie du fluide ne permet pas un très bon remplissage.

Par contre on voit l'intérêt d'augmenter r. Certains moteurs essence modernes ont un r = 13 (risque d'autoallumage de l'essence avec l'air).

r = 15 à 20 pour moteurs diesel.